Taki Academy
www.takiacademy.com

# Mathématiques

## Classe : BAC

## Chapitre : Suites Réelles

Sousse (Khezama - Sahloul) Nabeul / Sfax / Bardo / Menzah El Aouina / Ezzahra / CUN / Bizerte / Gafsa / Kairouan / Medenine / Kébili / Monastir / Gabes / Djerba



Magazines

## Exercice 1 : 5 min 3 pts

On considère la suite $(U_n)$ définie par : $U_n = \frac{5n-2}{3n+4}$ ; pour tout $n \in IN$.

**1°)** Montrer que $(U_n)$ est majorée par $\frac{5}{2}$.

**2°)** Montrer que $(U_n)$ est minorée par $\frac{-1}{2}$.

**3°)** Est-ce que la suite $(U_n)$ est bornée.

## Exercice 2 : 5 min 3 pts

On considère la suite $(U_n)$ définie par : $U_n = \frac{2n+3}{n+1}$ ; pour tout $n \in IN$.

**1°)** Montrer que pour tout $n \in IN$ : $2 \leq U_n \leq 3$.

**2°)** Etudier la monotonie de la suite $(U_n)$.

## Exercice 3 : 10 min 3,5 pts

On considère la suite $(U_n)$ définie par : $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{-1}{2+U_n}, \text{ pour tout } n \in IN \end{cases}$

Soit la suite V définie sur IN par : $V_n = \frac{1}{1+U_n}$.

**1°)** Calculer $U_1$, $U_2$, $V_1$ et $V_2$.

**2°)** Calculer $V_{n+1} - V_n$ pour tout $n \in IN$, et déduire la nature de la suite $(V_n)$.

**3°)** Calculer $V_n$ en fonction de $n$, puis déduire $U_n$ en fonction de $n$.

## Exercice 4 : 5 min 3 pts

Soit $(U_n)$ une suite arithmétique de premier terme $U_0 = -10$ de raison $r = 3$.

**1°)** Calculer $U_{20}$ et $U_{100}$.

**2°)** Calculer la somme : $S = U_0 + U_1 + U_2 + ..... + U_{100}$.

www.takiacademy.com

## Exercice 5 : 10 min 3 pts

Soit $(V_n)$ une suite géométrique de raison $q$, des termes $V_0 = 5$ et $V_1 = 10$.

**1°)** Déterminer la valeur de $q$.

**2°)** Calculer $V_4$ et $V_{20}$.

**3°)** Calculer la somme : $S = V_0 + V_1 + V_2 + ... + V_{20}$.

## Exercice 6 : 10 min 3 pts

On considère la suite $(U_n)$ définie par : $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = 2U_n - n + 1, \text{ pour tout } n \in IN \end{cases}$

Soit $(V_n)$ la suite définie $IN$ par : $V_n = U_n - n$.

**1°)** Montrer que $(V_n)$ est une suite géométrique et déterminer sa raison et sa première terme.

**2°)** Déduire que : $U_n = 2^n + n$.

## Exercice 7 : 15 min 4 pts

On considère la suite $(U_n)$ définie par : $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \dfrac{4U_n - 9}{U_n - 2}, \text{ pour tout } n \in IN \end{cases}$

**1°)** Calculer $U_1$ et montrer que pour tout $n \in IN$ : $U_n \neq 3$.

**2°)** Soit $(V_n)$ la suite définie $IN$ par : $V_n = \dfrac{1}{U_n - 3}$.

**a)** Montrer que $(V_n)$ est une suite arithmétique.

**b)** Déterminer $V_n$, puis $U_n$ en fonction de $n$.

## Exercice 8 : 20 min 5 pts

On considère la suite $(U_n)$ définie par : $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \dfrac{3U_n + 2}{U_n + 2}, \text{ pour tout } n \in IN \end{cases}$

**1°)** Calculer $U_1$ et $U_2$.

**2°)** Montrer que pour tout $n \in IN$ : $1 \leq U_n \leq 2$.

**3°)** Etudier la monotonie de $(U_n)$. En déduire que $(U_n)$ est convergente.

**4°)** Soit $(V_n)$ la suite définie $IN$ par : $V_n = \dfrac{U_n + 1}{U_n - 2}$.

**a)** Montrer que $(V_n)$ est une suite géométrique et déterminer sa raison et sa première terme.

**b)** Déterminer $V_n$, puis $U_n$ en fonction de $n$.

Taki Academy
www.takiacademy.com
www.takiacademy.com
Magazines
73.832.000

Taki Academy
www.takiacademy.com

Sousse (Khezama - Sahloul) Nabeul / Sfax / Bardo / Menzah El Aouina / Ezzahra / CUN / Bizerte / Gafsa / Kairouan / Medenine / Kébili / Monastir / Gabes / Djerba

Takiacademy | (1) Instagram • Direct
app.takiacademy.com/subjects/1-maths/chapters/19-chapitre-1-suites-reelles/lessons/119842-correction-magazine-1-suites-reelles/content
Téléchargement ter... | dev c++ - Recherch... | Le groupe Slama in... | Présentation20.ppt... | Les bases de donné... | Dell G15 GTX 1650... | Une introduction à... | exos_corriges.pdf
Chercher cours, examens ou exercices...
1% Votre solde 0 pts 0 Salsabil Maali Bac Informatique
Accueil | Mon profil | Offres | Matières | En direct | Porte monnaie | Assistance

Taki Academy

# Mathématiques

Classe : BAC

Chapitre : Suites Réelles

Sousse (Khezama - Sahloul) Nabeul / Sfax / Bardo / Menzah El Aquina / Ezzahra / CUN / Bizerte / Gafsa / Kairouan / Medenine / Kébili / Monastir / Gabes / Djerba

www.takiacademy.com 73.832.000

Magazines

Taki Academy

**Exercice 1 :** 5 min 3 pts

On considère la suite $(U_n)$ définie par : $U_n = \frac{5n-2}{3n+4}$ ; pour tout $n \in IN$.

1°) Montrer que $(U_n)$ est majorée par $\frac{5}{2}$.

$$U_n - \frac{5}{2} = \frac{5n-2}{3n+4} - \frac{5}{2}$$

$$= \frac{10n-4-15n-20}{2(3n+4)}$$

$$= \frac{-5n-24}{2(3n+4)} < 0 \quad \forall n \in IN$$

Donc $(U_n)$ est majorée par $\frac{5}{2}$

2°) Montrer que $(U_n)$ est minorée par $\frac{-1}{2}$.

$$U_n - \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{5n-2}{3n+4} + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{10n-4+3n+4}{2(3n+4)}$$

$$= \frac{13n}{2(3n+4)} \geq 0$$

www.takiacademy.com

73.832.000

Correction-Magazine 1-(Suites réelles)
Magazine 2-(Suites réelles)
Correction-Magazine 2-(Suites réelles)
Magazine 3-(Suites réelles)
Correction Magazine 3-(Suites réelles)
Magazine 4-(Suites réelles)
Correction Magazine 4-(Suites réelles)
Magazine 5-(Suites réelles)
Correction Magazine 5-(Suites réelles)
Magazine 6-(Suites réelles)
Correction Magazine 6-(Suites réelles)

4 interactions

62cbe1335301e_M....pdf | 6338df5499e79_Ex....pdf | 6338d98d78805_E....pdf | 6338d942b9c76_1....pdf | 6338d73076fbf_11....pdf | Tout afficher
20:18

Takiacademy | (1) Instagram • Direct

app.takiacademy.com/subjects/1-maths/chapters/19-chapitre-1-suites-reelles/lessons/119842-correction-magazine-1-suites-reelles/content

Téléchargement ter... | dev c++ - Recherch... | Le groupe Slama in... | Présentation20.ppt... | Les bases de donné... | Dell G15 GTX 1650... | Une introduction à... | exos_corriges.pdf

Chercher cours, examens ou exercices...

1% Votre solde 0 pts | 0 | Salsabil Maali Bac Informatique

Accueil | Mon profil | Offres | Matières | En direct | Porte monnaie | Assistance

Donc $(U_n)$ est minorée par $-\frac{1}{2}$

3°) Est-ce que la suite $(U_n)$ est bornée.

★ $(U_n)$ est majorée par $\frac{1}{2}$ et minorée par $(-\frac{1}{2})$

Donc $(U_n)$ est bornée

Exercice 2 : 5 min 3 pts

On considère la suite $(U_n)$ définie par : $U_n = \frac{2n+3}{n+1}$ ; pour tout $n \in \mathbb{N}$.

★ $\forall n \in \mathbb{N}$; $U_n - 3 = \frac{2n+3}{n+1} - 3$

$= \frac{2n+3-3n-3}{n+1}$

$= \frac{-n}{n+1} \leqslant 0$

Donc $\forall n \in \mathbb{N}$ ; $U_n \leqslant 3$

★ $\forall n \in \mathbb{N}$; $U_n - 2 = \frac{2n+3}{n+1} - 2$

$= \frac{2n+3-2n-2}{n+1}$

$= \frac{1}{n+1} \geqslant 0$

Donc $\forall n \in \mathbb{N}$ ; $U_n \geqslant 2$

Ainsi: $\forall n \in \mathbb{N}$ ; $2 \leqslant U_n \leqslant 3$

73.832.000

2°) Etudier la monotonie de la suite $(U_n)$.

★ $U_{n+1} - U_n = \frac{2(n+1)+3}{n+1+1} - \frac{2n+3}{n+1}$

$= \frac{2n+5}{n+2} - \frac{2n+3}{n+1}$

$= \frac{2n^2+2n+5n+5-2n^2-3n-4n-6}{(n+2)(n+1)}$

$= \frac{-1}{(n+2)(n+1)} \leqslant 0$

Donc $\forall n \in \mathbb{N}$ ; $U_{n+1} \leqslant U_n$

Ainsi; $(U_n)$ est décroissante

On considère la suite $(U_n)$ définie par : $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{-1}{2+U_n} \end{cases}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

Soit la suite $V$ définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = \frac{1}{1+U_n}$.

1°) Calculer $U_1$, $U_2$, $V_1$ et $V_2$.

★ $U_1 = \frac{-1}{2+U_0} = \frac{-1}{2+2}$ Donc $U_1 = -\frac{1}{4}$

73.832.000

4 interactions

- Correction-Magazine 1-(Suites réelles)
- Magazine 2-(Suites réelles)
- Correction-Magazine 2-(Suites réelles)
- Magazine 3-(Suites réelles)
- Correction Magazine 3-(Suites réelles)
- Magazine 4-(Suites réelles)
- Correction Magazine 4-(Suites réelles)
- Magazine 5-(Suites réelles)
- Correction Magazine 5-(Suites réelles)
- Magazine 6-(Suites réelles)
- Correction Magazine 6-(Suites réelles)

62cbe1335301e_M....pdf | 6338df5499e79_Ex....pdf | 6338d98d78805_E....pdf | 6338d942b9c76_1....pdf | 6338d73076fbf_11....pdf | Tout afficher

20:18

Takiacademy
(1) Instagram • Direct
app.takiacademy.com/subjects/1-maths/chapters/19-chapitre-1-suites-reelles/lessons/119842-correction-magazine-1-suites-reelles/content
Téléchargement ter... dev c++ - Recherch... Le groupe Slama in... Présentation20.ppt... Les bases de donné... Dell G15 GTX 1650... Une introduction à... exos_corriges.pdf
Chercher cours, examens ou exercices...
1% Votre solde 0 pts
Salsabil Maali Bac Informatique
Accueil
Mon profil
Offres
Matières
En direct
Porte monnaie
Assistance

$u_2 = \frac{-1}{2+u_1} = \frac{-1}{2-\frac{1}{4}} = \frac{-1}{\frac{7}{4}}$

Donc $\boxed{u_2 = -\frac{4}{7}}$

$v_1 = \frac{1}{1+u_1} = \frac{1}{1-\frac{1}{4}}$

$= \frac{1}{\frac{3}{4}}$

Donc $\boxed{v_1 = \frac{4}{3}}$

$v_2 = \frac{1}{1+u_2} = \frac{1}{1-\frac{4}{7}} = \frac{1}{\frac{3}{7}}$

Donc $\boxed{v_2 = \frac{7}{3}}$

2°) Calculer $V_{n+1} - V_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$, et déduire la nature de la suite $(V_n)$.

$v_{n+1} = \frac{1}{1+u_{n+1}} = \frac{1}{1+\frac{-1}{2+u_n}}$

$= \frac{1}{\frac{2+u_n-1}{2+u_n}}$

$= \frac{1}{\frac{1+u_n}{2+u_n}}$

Donc $\boxed{v_{n+1} = \frac{2+u_n}{1+u_n}}$

$v_{n+1} - v_n = \frac{2+u_n}{1+u_n} - \frac{1}{1+u_n}$

$= \frac{2+u_n-1}{1+u_n}$

$= \frac{1+u_n}{1+u_n}$

Donc $\boxed{v_{n+1} - v_n = 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}}$

$\boxed{(v_n) \text{ est une suite arithmétique de raison } r = 1}$

3°) Calculer $V_n$ en fonction de $n$, puis déduire $U_n$ en fonction de $n$.

$v_n = v_0 + n \times r$

$= \frac{1}{1+2} + n \times 1$ Ainsi $\boxed{v_n = \frac{1}{3} + n \quad (\forall n \in \mathbb{N})}$

www.takiacademy.com
73.832.000
4 interactions

Correction-Magazine 1-(Suites réelles)
Magazine 2-(Suites réelles)
Correction-Magazine 2-(Suites réelles)
Magazine 3-(Suites réelles)
Correction Magazine 3-(Suites réelles)
Magazine 4-(Suites réelles)
Correction Magazine 4-(Suites réelles)
Magazine 5-(Suites réelles)
Correction Magazine 5-(Suites réelles)
Magazine 6-(Suites réelles)
Correction Magazine 6-(Suites réelles)

62cbe1335301e_M....pdf
6338df5499e79_Ex....pdf
6338d98d78805_E....pdf
6338d942b9c76_1....pdf
6338d73076fbf_11....pdf
Tout afficher
20:18

Takiacademy | (1) Instagram • Direct
app.takiacademy.com/subjects/1-maths/chapters/19-chapitre-1-suites-reelles/lessons/119842-correction-magazine-1-suites-reelles/content
Téléchargement ter... | dev c++ - Recherch... | Le groupe Slama in... | Présentation20.ppt... | Les bases de donné... | Dell G15 GTX 1650... | Une introduction à... | exos_corriges.pdf
Chercher cours, examens ou exercices...
1% Votre solde 0 pts 0 Salsabil Maali Bac Informatique
Accueil | Mon profil | Offres | Matières | En direct | Porte monnaie | Assistance

On a $\forall n \in \mathbb{N}$; $V_n = \frac{1}{1+U_n}$

$\Rightarrow \frac{1}{V_n} = 1 + U_n$

Donc $\forall n \in \mathbb{N}$ ; $U_n = \frac{1}{V_n} - 1$

Ainsi $\forall n \in \mathbb{N}$ ; $U_n = \frac{1}{\frac{1}{3}+n} - 1$

**Exercice 5 :** 10 min 3 pts

Soit $(U_n)$ une suite arithmétique de premier terme $U_0 = -10$ de raison $r = 3$.

1°) Calculer $U_{20}$ et $U_{100}$.

$U_n = U_0 + n \times r$

$= -10 + n \times 3$ Ainsi $\forall n \in \mathbb{N}$ ; $U_n = -10 + 3n$

$U_{20} = -10 + 3 \times 20$

Donc $U_{20} = 50$

et $U_{100} = -10 + 3 \times 100$. Donc $U_{100} = 290$

2°) Calculer la somme : $S = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_{100}$.

$S = \frac{NT}{2}(PT + DT)$ et $NT = DI - PI + 1$

$= \frac{100-0+1}{2}(U_0 + U_{100})$

$= \frac{101}{2}(-10 + 290)$

Ainsi $S = 14140$

Soit $(V_n)$ une suite géométrique de raison $q$, des termes $V_0 = 5$ et $V_1 = 10$.

1°) Déterminer la valeur de $q$.

$V_n = V_0 \times q^n$, donc $V_1 = V_0 \times q$

$\Rightarrow q = \frac{V_1}{V_0} = \frac{10}{5}$

Ainsi $q = 2$

2°) Calculer $V_4$ et $V_{20}$.

$V_4 = V_0 \times 2^4 = 5 \times 2^4$

Ainsi $V_4 = 80$

$V_{20} = V_0 \times 2^{20}$

Ainsi $V_{20} = 5 \times 2^{20}$

73.832.000

Correction-Magazine 1-(Suites réelles)
Magazine 2-(Suites réelles)
Correction-Magazine 2-(Suites réelles)
Magazine 3-(Suites réelles)
Correction Magazine 3-(Suites réelles)
Magazine 4-(Suites réelles)
Correction Magazine 4-(Suites réelles)
Magazine 5-(Suites réelles)
Correction Magazine 5-(Suites réelles)
Magazine 6-(Suites réelles)
Correction Magazine 6-(Suites réelles)
4 interactions
62cbe1335301e_M....pdf | 6338df5499e79_Ex....pdf | 6338d98d78805_E....pdf | 6338d942b9c76_1....pdf | 6338d73076fbf_11....pdf | Tout afficher
20:18

Takiacademy | (1) Instagram • Direct
app.takiacademy.com/subjects/1-maths/chapters/19-chapitre-1-suites-reelles/lessons/119842-correction-magazine-1-suites-reelles/content
Téléchargement ter... | dev c++ - Recherch... | Le groupe Slama in... | Présentation20.ppt... | Les bases de donné... | Dell G15 GTX 1650... | Une introduction à... | exos_corriges.pdf
Chercher cours, examens ou exercices...
1% Votre solde 0 pts 0 Salsabil Maali Bac Informatique
Accueil | Mon profil | Offres | Matières | En direct | Porte monnaie | Assistance

3°) Calculer la somme : $S = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_{20}$.

$S = PT \times \frac{1-q^{NT}}{1-q} = V_0 \times \frac{1-2^{20-0+1}}{1-2} = 5 \times \frac{1-2^{21}}{-1}$

Ainsi $S = -5(1-2^{21})$

**Exercice 6 : 10 min 3 pts**

On considère la suite $(U_n)$ définie par : $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = 2U_n - n + 1, \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} \end{cases}$

Soit $(V_n)$ la suite définie $\mathbb{N}$ par : $V_n = U_n - n$.

1°) Montrer que $(V_n)$ est une suite géométrique et déterminer sa raison et sa première terme.

$V_{n+1} = U_{n+1} - (n+1)$

$= 2U_n - n + 1 - n - 1$

$= 2U_n - 2n$

$= 2(U_n - n)$

$= 2V_n$

Ainsi $(V_n)$ est une suite géométrique de raison $q = 2$ et de premier terme $V_0 = U_0 - 0 = 1$

73.832.000

2°) Déduire que : $U_n = 2^n + n$.

$V_n = V_0 \times q^n = 1 \times 2^n$, donc $\forall n \in \mathbb{N}; V_n = 2^n$

et $V_n = U_n - n \Leftrightarrow U_n = V_n + n$.

Ainsi $\forall n \in \mathbb{N}$ $U_n = 2^n + n$

**Exercice 7 : 15 min 4 pts**

On considère la suite $(U_n)$ définie par : $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{4U_n - 9}{U_n - 2}, \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1°) Calculer $U_1$ et montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ : $U_n \neq 3$.

$U_1 = \frac{4U_0 - 9}{U_0 - 2} = \frac{4 \times 1 - 9}{1 - 2} = \frac{-5}{-1}$, Ainsi $U_1 = 5$

Pour $n = 0$ $U_0 = 1 \neq 3$ (vraie)

Pour $n \in \mathbb{N}$; Supposons que $U_n \neq 3$ ($U_n - 3 \neq 0$)

et montrons que $U_{n+1} \neq 3$

73.832.000

www.takiacademy.com
4 interactions

Correction-Magazine 1-(Suites réelles)
Magazine 2-(Suites réelles)
Correction-Magazine 2-(Suites réelles)
Magazine 3-(Suites réelles)
Correction Magazine 3-(Suites réelles)
Magazine 4-(Suites réelles)
Correction Magazine 4-(Suites réelles)
Magazine 5-(Suites réelles)
Correction Magazine 5-(Suites réelles)
Magazine 6-(Suites réelles)
Correction Magazine 6-(Suites réelles)

62cbe1335301e_M....pdf | 6338df5499e79_Ex....pdf | 6338d98d78805_E....pdf | 6338d942b9c76_1....pdf | 6338d73076fbf_11....pdf | Tout afficher
20:18

Takiacademy | (1) Instagram • Direct
app.takiacademy.com/subjects/1-maths/chapters/19-chapitre-1-suites-reelles/lessons/119842-correction-magazine-1-suites-reelles/content
Téléchargement ter... | dev c++ - Recherch... | Le groupe Slama in... | Présentation20.ppt... | Les bases de donné... | Dell G15 GTX 1650... | Une introduction à... | exos_corriges.pdf
Chercher cours, examens ou exercices...
1% Votre solde 0 pts
Salsabil Maali Bac Informatique
Accueil | Mon profil | Offres | Matières | En direct | Porte monnaie | Assistance

$\star$ on a $U_{n+1} - 3 = \dfrac{4U_n - 9}{U_n - 2} - 3$

$= \dfrac{4U_n - 9 - 3U_n + 6}{U_n - 2}$

$= \dfrac{U_n - 3}{U_n - 2} \neq 0$ ($U_n - 3 \neq 0$)

$\star$ **Donc $\forall n \in \mathbb{N}$ ; $U_n \neq 3$**

2°) Soit $(V_n)$ la suite définie $\forall n$ par : $V_n = \frac{1}{U_n - 3}$.

a) Montrer que $(V_n)$ est une suite arithmétique.

$\star$ $V_{n+1} = \dfrac{1}{U_{n+1} - 3}$

$= \dfrac{1}{\frac{4U_n - 9}{U_n - 2} - 3}$

$= \dfrac{1}{\frac{4U_n - 9 - 3U_n + 6}{U_n - 2}}$

Ainsi : $V_{n+1} = \dfrac{U_n - 2}{U_n - 3}$ $\forall n \in \mathbb{N}$

73.832.000

$\star$ $V_{n+1} - V_n = \dfrac{U_n - 2}{U_n - 3} - \dfrac{1}{U_n - 3}$

$= \dfrac{U_n - 2 - 1}{U_n - 3}$

$= \dfrac{U_n - 3}{U_n - 3}$

$= 1$

**Ainsi $(V_n)$ est une suite arithmétique de raison $r = 1$.**

b) Déterminer $V_n$, puis $U_n$ en fonction de $n$.

$\star$ $V_n = V_0 + n \times r$

$= \dfrac{1}{U_0 - 3} + n \times 1$

$= \dfrac{1}{1 - 3} + n$

**Ainsi : $\forall n \in \mathbb{N}$ $V_n = -\frac{1}{2} + n$**

$\star$ on a : $V_n = \dfrac{1}{U_n - 3} \Rightarrow \dfrac{1}{V_n} = U_n - 3$

$\Rightarrow U_n = \dfrac{1}{V_n} + 3$

**Ainsi $\forall n \in \mathbb{N}$ $U_n = \dfrac{1}{-\frac{1}{2} + n} + 3$**

73.832.000

Correction-Magazine 1-(Suites réelles)
Magazine 2-(Suites réelles)
Correction-Magazine 2-(Suites réelles)
Magazine 3-(Suites réelles)
Correction Magazine 3-(Suites réelles)
Magazine 4-(Suites réelles)
Correction Magazine 4-(Suites réelles)
Magazine 5-(Suites réelles)
Correction Magazine 5-(Suites réelles)
Magazine 6-(Suites réelles)
Correction Magazine 6-(Suites réelles)

4 interactions
62cbe1335301e_M....pdf | 6338df5499e79_Ex....pdf | 6338d98d78805_E....pdf | 6338d942b9c76_1....pdf | 6338d73076fbf_11....pdf | Tout afficher
20:18

Takiacademy | (1) Instagram • Direct
app.takiacademy.com/subjects/1-maths/chapters/19-chapitre-1-suites-reelles/lessons/119842-correction-magazine-1-suites-reelles/content
Téléchargement ter... | dev c++ - Recherch... | Le groupe Slama in... | Présentation20.ppt... | Les bases de donné... | Dell G15 GTX 1650... | Une introduction à... | exos_corriges.pdf
Chercher cours, examens ou exercices...
1% Votre solde 0 pts 0 Salsabil Maali Bac Informatique
Accueil | Mon profil | Offres | Matières | En direct | Porte monnaie | Assistance

**Exercice 8 :** 20 min — 5 pts

On considère la suite $(U_n)$ définie par : $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{3U_n + 2}{U_n + 2} \end{cases}$, pour tout $n \in \mathbb{N}$

1°) Calculer $U_1$ et $U_2$.

$U_1 = \frac{3U_0 + 2}{U_0 + 2} = \frac{3 + 2}{1 + 2}$, ainsi $U_1 = \frac{5}{3}$

$U_2 = \frac{3U_1 + 2}{U_1 + 2} = \frac{3 \times \frac{5}{3} + 2}{\frac{5}{3} + 2}$, ainsi $U_2 = \frac{21}{11}$

2°) montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ : $1 \leq U_n \leq 2$.

Pour $n = 0$ $1 \leq U_0 = 1 \leq 2$ (vraie)

Pour $n \in \mathbb{N}$ ; Supposons que $1 \leq U_n \leq 2$

et montrons que $1 \leq U_{n+1} \leq 2$

$U_{n+1} - 1 = \frac{3U_n + 2}{U_n + 2} - 1 = \frac{3U_n + 2 - U_n - 2}{U_n + 2} = \frac{2U_n}{U_n + 2} \geq 0 \Rightarrow 1 \leq U_{n+1}$ ($2U_n \geq 0$, $U_n + 2 > 0$)

$U_{n+1} - 2 = \frac{3U_n + 2}{U_n + 2} - 2 = \frac{3U_n + 2 - 2U_n - 4}{U_n + 2} = \frac{U_n - 2}{U_n + 2} \leq 0 \Rightarrow U_{n+1} \leq 2$ ($U_n - 2 \leq 0$, $U_n + 2 > 0$)

Donc $1 \leq U_{n+1} \leq 2$

Donc $\forall n \in \mathbb{N}$ ; $1 \leq U_n \leq 2$

73.832.000 | 73.832.000

www.takiacademy.com
4 interactions

Correction-Magazine 1-(Suites réelles)
Magazine 2-(Suites réelles)
Correction-Magazine 2-(Suites réelles)
Magazine 3-(Suites réelles)
Correction Magazine 3-(Suites réelles)
Magazine 4-(Suites réelles)
Correction Magazine 4-(Suites réelles)
Magazine 5-(Suites réelles)
Correction Magazine 5-(Suites réelles)
Magazine 6-(Suites réelles)
Correction Magazine 6-(Suites réelles)

62cbe1335301e_M....pdf | 6338df5499e79_Ex....pdf | 6338d98d78805_E....pdf | 6338d942b9c76_1....pdf | 6338d73076fbf_11....pdf | Tout afficher
20:18

Takiacademy | (1) Instagram • Direct
app.takiacademy.com/subjects/1-maths/chapters/19-chapitre-1-suites-reelles/lessons/119842-correction-magazine-1-suites-reelles/content
Téléchargement ter... | dev c++ - Recherch... | Le groupe Slama in... | Présentation20.ppt... | Les bases de donné... | Dell G15 GTX 1650... | Une introduction à... | exos_corriges.pdf
Chercher cours, examens ou exercices...
1% Votre solde 0 pts 0 Salsabil Maali Bac Informatique
Accueil | Mon profil | Offres | Matières | En direct | Porte monnaie | Assistance

3°) Etudier la monotonie de $(U_n)$. En déduire que $(U_n)$ est convergente et calculer sa limite.

$\forall n \in \mathbb{N}$; $U_{n+1} - U_n = \dfrac{3U_n + 2}{U_n + 2} - U_n$

$= \dfrac{3U_n + 2 - U_n^2 - 2U_n}{U_n + 2}$

$= \dfrac{-U_n^2 + U_n + 2}{U_n + 2}$

| $x$ | $-\infty$ | $-1$ | | $2$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $-x^2+x+2$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ |

$> 0$

or $\forall n \in \mathbb{N}$; $1 \leqslant U_n \leqslant 2 \Rightarrow -U_n^2 + U_n + 2 \geqslant 0$

Donc $\forall n \in \mathbb{N}$; $U_{n+1} - U_n \geqslant 0$

Ainsi $(U_n)$ est croissante

$(U_n)$ est croissante et majorée par 2, donc elle est convergente

73.832.000

4°) Soit $(V_n)$ la suite définie $IN$ par : $V_n = \dfrac{U_n + 1}{U_n - 2}$.

a) Montrer que $(V_n)$ est une suite géométrique et déterminer sa raison et sa première terme.

$V_{n+1} = \dfrac{U_{n+1} + 1}{U_{n+1} - 2}$

$= \dfrac{\frac{3U_n + 2}{U_n + 2} + 1}{\frac{3U_n + 2}{U_n + 2} - 2}$

$= \dfrac{3U_n + 2 + U_n + 2}{3U_n + 2 - 2U_n - 4}$

$= \dfrac{4U_n + 4}{U_n - 2}$

$= \dfrac{4(U_n + 1)}{U_n - 2}$

$= 4V_n$

Ainsi $(V_n)$ est une suite géométrique de raison $q = 4$ et de premier terme $V_0 = \dfrac{U_0 + 1}{U_0 - 2} = \dfrac{1+1}{1-2} = -2$

73.832.000

Correction-Magazine 1-(Suites réelles)
Magazine 2-(Suites réelles)
Correction-Magazine 2-(Suites réelles)
Magazine 3-(Suites réelles)
Correction Magazine 3-(Suites réelles)
Magazine 4-(Suites réelles)
Correction Magazine 4-(Suites réelles)
Magazine 5-(Suites réelles)
Correction Magazine 5-(Suites réelles)
Magazine 6-(Suites réelles)
Correction Magazine 6-(Suites réelles)

4 interactions
62cbe1335301e_M....pdf | 6338df5499e79_Ex....pdf | 6338d98d78805_E....pdf | 6338d942b9c76_1....pdf | 6338d73076fbf_11....pdf | Tout afficher
20:18

Takiacademy | (1) Instagram • Direct
app.takiacademy.com/subjects/1-maths/chapters/19-chapitre-1-suites-reelles/lessons/119842-correction-magazine-1-suites-reelles/content
Téléchargement ter... | dev c++ - Recherch... | Le groupe Slama in... | Présentation20.ppt... | Les bases de donné... | Dell G15 GTX 1650... | Une introduction à... | exos_corriges.pdf
Chercher cours, examens ou exercices...
1% | Votre solde 0 pts | 0 | Salsabil Maali Bac Informatique
Accueil | Mon profil | Offres | Matières | En direct | Porte monnaie | Assistance

b) Déterminer $V_n$, puis $U_n$ en fonction de $n$.

$V_n = V_0 \times q^n = -2 \times 4^n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

on a $\forall n \in \mathbb{N}$ ; $V_n = \dfrac{U_{n+1}}{U_n - 2}$

$\Rightarrow V_n U_n - 2V_n = U_n + 1$

$\Rightarrow U_n (V_n - 1) = 2V_n + 1$

$\Rightarrow U_n = \dfrac{V_n - 1}{2V_n + 1}$

Ainsi; $\forall n \in \mathbb{N}$; $U_n = \dfrac{-2 \times 4^n - 1}{-4 \cdot 4^n - 2}$

www.takiacademy.com
73.832.000
Taki Academy
Magazines
Sousse (Khezama – Sahloul) Nabeul / Sfax / Bardo / Menzah El Aouina / Ezzahra / CUN / Bizerte / Gafsa / Kairouan / Medenine / Kébili / Monastir / Gabes / Djerba
www.takiacademy.com 73.832.000
4 interactions

Correction-Magazine 1-(Suites réelles)
Magazine 2-(Suites réelles)
Correction-Magazine 2-(Suites réelles)
Magazine 3-(Suites réelles)
Correction Magazine 3-(Suites réelles)
Magazine 4-(Suites réelles)
Correction Magazine 4-(Suites réelles)
Magazine 5-(Suites réelles)
Correction Magazine 5-(Suites réelles)
Magazine 6-(Suites réelles)
Correction Magazine 6-(Suites réelles)

62cbe1335301e_M....pdf | 6338df5499e79_Ex....pdf | 6338d98d78805_E....pdf | 6338d942b9c76_1....pdf | 6338d73076fbf_11....pdf | Tout afficher
20:18